

KJELL ARNE BREKKE
Professor, Universitetet i Oslo

ROLF GOLOMBEK
Seniorforsker, Frischsenteret

MICHAL KAUT
Dr.ing., SINTEF Teknologi og samfunn



SVERRE A.C. KITTELSEN
Seniorforsker, Frischsenteret

STEIN W. WALLACE
Professor, Norges Handelshøyskole



Modellering av usikkerhet i numeriske likevektsmodeller med stokastisk scenariometode¹

De fleste numeriske likevektsmodeller er deterministiske mens den økonomien de skal beskrive er preget av mange typer usikkerhet. Vi presenterer en metode for å transformere en eksisterende modell for energimarkedene i Vest-Euorpa uten stokastikk til en modell med stokastikk. Modellen benyttes til å analysere investeringer i energisektoren under alternative antakelser om kilder til usikkerhet. Vi finner at betydningen av væruserikkerhet i Skandinavia er liten; forskjellen mellom den optimale løsningen under usikkerhet og en likevekt der denne type usikkerhet helt neglisjeres er beskjeden. Hvis imidlertid investorene står overfor usikre fremtidige priser på olje og kull, samt usikre vekstrater, blir det betydelige forskjeller mellom likevekten under usikkerhet og en likevekt der all usikkerhet neglisjeres.

1 INNLEDNING

De fleste numeriske likevektsmodeller er deterministiske mens den økonomien de skal beskrive åpenbart er preget av mange typer usikkerhet. Det kan derfor være ønskelig

å studere hvor stor betydning usikkerhet ville ha hatt for resultatene. Å bygge en stokastisk modell fra grunnen av er imidlertid et omfattende prosjekt. Vi skal derfor i denne artikkelen beskrive en metode for å utvide eksisterende modeller til å inkludere usikkerhet uten at det krever omfattende endringer i modellstrukturen. Metoden bygger på scenarioaggregering fra stokastisk programming (Wets, 1989, Rockafellar and Wets 1991, Kall and Wallace 1994).

¹ Arbeidet er finansiert av Norges forskningsråd gjennom Renergi-programmet og knyttet til CREE -Oslo Centre for Research on Environmentally friendly Energy. Vi takker en anonym konsulent og seminardeltakere ved Frischsenteret, Forskermøtet og Syd-Dansk Universitet for nyttige kommentarer.

Metoden unngår dimensjonalitetsproblemene² i dynamisk programmering. Vi trenger heller ikke å anta at løsningen beskriver det optimale valget for en enkeltaktør, for eksempel en samfunnsplanlegger som maksimerer total velferd; vi kan ha mange aktører som optimerer samtidig. Den stokastiske scenariometoden benytter førsteordensbetingelser, slik som mange numeriske likevektsmodeller.

Selv om vi vil argumentere for at metoden krever begrensede inngrep i modellen, kan vi ikke underslå at det vil kreve noe omprogrammering. Dessuten kan det bli vanskeligere for algoritmen å finne en løsning, og løsnings-tiden øker kraftig. Da kan det være fristende å bruke en enklere løsning – mange velger å bruke Monte Carlo analyser. Den stokastiske scenariometoden har noen likhetspunkter med Monte Carlo analyser, men det er også viktige forskjeller mellom metodene. Siden Monte Carlo analyser er utbredt, bruker vi slike analyser som referanseramme for diskusjonen av den stokastiske scenariometoden. I tillegg sammenligner vi resultatene med den rene deterministiske analysen (ingen usikkerhet).

I en Monte Carlo simulering kjøres den samme deterministiske modellen om igjen mange ganger med ulike realisasjoner av stokastiske variable. Dette vil vise hvor følsom modellresultatene er for endringer i antagelsene om usikre størrelser, men resultatet bør ikke tolkes som et anslag på hva som er optimalt under usikkerhet. Hvis vi for eksempel har en langsiktig modell der aktørene velger investeringer, vil ikke resultatene fra en Monte Carlo simulering vise hvilke investeringer som er optimale under usikkerhet. Problemet er at en hver gang regner ut optimal investering under den feilaktige antagelsen at bedriftene ser på framtiden som sikker – bare med ulike antagelser om hvilken sikker framtid de ser for seg (Disse svarer til realisasjoner av stokastiske variable). Men som kjent blir ikke svaret riktigere om en gjør den samme feilen mange ganger.

Vi skal nedenfor drøfte et eksempel på hvordan en Monte Carlo analyse kan gi misvisende anslag på optimale investeringer under usikkerhet. I vårt eksempel er det ingen klar tendens til at resultatene fra Monte Carlo analyser ligger nærmere den korrekte løsningen enn løsningen fra en deterministisk modell. Med andre ord: En deterministisk modell gir et minst like bra estimat på hva som er optimalt i en usikker verden som det Monte Carlo analysen gir. Hvorfor da brukes ekstra ressurser på en Monte Carlo analyse?

² I dynamisk programmering vokser løsnings-tiden eksponentielt med antall tilstandsvariable.

Under usikkerhet må nødvendigvis investeringen som foretas i dag være uavhengig av framtidige realisasjoner av usikre størrelser – en kjenner ikke realisasjonene på investeringstidspunktet. Denne enkle innsikten kan formuleres som en bibetingelse på optimeringsproblemet. Den stokastiske scenariometoden er på mange måter som en Monte Carlo analyse, men med den viktige forskjellen at denne bibetingelsen bygges eksplisitt inn i modellen. Det kan gjøres på en av to måter: Enten legges bibetingelsen, og tilhørende skyggepriser, inn i det programmet som brukes til å løse den opprinnelige modellen – for eksempel GAMS, eller håndteres skyggeprisene i en iterasjonsalgoritme på utsiden av programmet. Den siste metoden, som ble foreslått av Wetz (1989), krever mer programmering, men bevarer noe av det attraktive ved en Monte Carlo analyse, nemlig at det kreves små endringer i modellstrukturen. Merk at mens Wetz (1989) løser en optimeringsmodell med én aktør opererer vi med mange optimerende aktører i en markedsmodell.

2 MONTE CARLO

Monte Carlo er en metode for numerisk integrasjon – metoden kan brukes til å beregne forventningsverdier (se Judd, 1998, Kapittel 8). Ofte brukes imidlertid Monte Carlo på en annen måte; gjennomsnittlig politikk over flere deterministiske kjøringar brukes som anslag på optimal politikk under usikkerhet, se for eksempel Jensen og Traeger (2012, s. 3) som viser til flere sentrale arbeider om klimapolitikk hvor Monte Carlo er brukt på denne måten. Denne bruken har ingen teoretisk begrunnelse. Framfor å presentere teorien skal vi se på et eksempel for å illustrere hvordan Monte Carlo kan brukes, samt problemene med gal bruk av Monte Carlo analyser.

Vi skal spesifisere en økonomi og deretter sammenlikne utfallet

- i) Når det ikke er usikkerhet
- ii) Når løsningen følger fra Monte Carlo analyse
- iii) Når løsningen er optimal under usikkerhet.

Vi studerer en økonomi med to identiske regioner, $i=1,2$, som har hvert sitt (identiske) marked. I hver region har en representativ forbruker nytte av å konsumere elektrisitet (y_i) og et makrogode (x_i). Under antakelse om kvasilineær nyttefunksjon kan nytten representeres ved $\phi_i \ln y_i + x_i$ der ϕ_i er en parameter. Vi lar makrogodet være numerairevaren (pris lik 1), mens prisen på elektrisitet er p_i . Budsjettbetingelsen for konsumenten er gitt ved

$p_i y_i + x_i = m_i$ der m_i er ressursmengden (målt i enheter av numerairevaren) som er tilgjengelig for kjøp av varer. Ved å kombinere den kvasilineære nyttefunksjonen og budsjettbetingelsen får vi at konsumentens nytte er gitt ved $\phi_i \ln y_i - p_i y_i + m_i$.

Modellen har to perioder. I periode 1 fastlegger produsentene av kraft investeringer i produksjonskapasitet for kraft. Som en forenkling antar vi at all produksjon av elektrisitet krever utbygging av produksjonskapasitet. (Det er ingen kapasitet initialt.) Enhetskostnaden for utbygging av produksjonskapasitet for elektrisitet er 1 i hver region. Det er også mulig å bygge en kraftkabel mellom de to regionene. Enhetskostnaden for utbygging av transmisjonskapasitet mellom de to regionene er 0,1. Initialt er det ingen transmisjonskapasitet mellom regionene. Beslutningen om en skal bygge kraftkabel blir fastlagt i periode 1.

I periode 1 er ikke parameteren ϕ_i i konsumentenes nyttefunksjon kjent. Denne parameteren avspeiler etterspørselssikkerheten, og kan for eksempel reflektere at fremtidig etterspørsel avhenger av det usikre fremtidige været: Hvis det blir varmt i periode 2, blir det lav etterspørsel etter elektrisitet, mens det blir høy etterspørsel etter elektrisitet hvis det blir kaldt i periode 2.

I det følgende skal vi anta at ϕ_i enten er 1 (varmt vær) eller 10 (kaldt vær). Vi antar at sannsynligheten for de to utfallene er den samme, og at det er uavhengighet mellom regionene. Da kan alle mulige kombinasjoner av ϕ_i i de to regionene representeres ved (1,1), (1,10), (10,1) og (10,10).

I begynnelsen av periode 1 vet ikke produsentene hvilken verdi av ϕ_i som vil bli materialisert i periode 2. Vi skal drøfte tre mulige tilfeller for hvordan produsentene forholder seg til denne usikkerheten. I det første tilfellet – det deterministiske – antar vi at produsentene legger til grunn at ϕ_i vil bli lik sin forventningsverdi i hver region, dvs. $\frac{1+10}{2} = 5,5$. Produsentene neglisjerer fullstendig usikkerheten fordi den stokastiske variabelen er blitt erstattet med tallet 5,5.

Vårt andre tilfelle er Monte Carlo analyse. Det betyr at i begynnelsen av periode 1 trekkes det en verdi for ϕ_i for hver region. Denne eksersisen kan gjentas mange ganger. Etter mange trekninger vil en ha trukket hver av de fire kombinasjonene (1,1), (1,10), (10,1) og (10,10) omtrent like mange ganger. Alternativt kan en gjennomføre fire runder; en gang pålegges verdiene (1,1), neste gang pålegges

verdiene (1,10), osv. En riktig bruk av Monte Carlo ville være å holde investeringene fast i disse beregningene og beregne prisene i hvert enkelt scenario. Gitt prisene kan vi finne lønnsomhetene av en marginal investering både i transmisjon og i produksjonskapasitet i de to områdene. Gjennomsnittet over alle scenariene vil være anslag på forventet avkastning av marginale investeringer.

Problemet oppstår om vi lar investeringene være endogene og bruker gjennomsnittlig investering som et mål på optimale investeringer under usikkerhet. Modellbrukeren antar da at produsentene får vite verdiene på de stokastiske variablene ϕ_i før de fastlegger sitt investeringsnivå. Som i det deterministiske tilfellet blir usikkerheten fullstendig neglisjert fordi en nå har fått tildelt en antatt verdi av ϕ_i . Monte Carlo simuleringer løser modellen på nytt flere ganger, men hver simulering bygger på at ϕ_i er kjent, akkurat som i en deterministisk modell. I det tredje tilfellet tas usikkerheten på alvor. Det krever en egen løsningsteknikk, se nedenfor og (mer detaljert) i kapittel 3.

I begynnelsen av periode 2 lærer konsumentene hvilket vær det blir i periode 2, dvs. realisasjonen av ϕ_i i hver region. Deretter bestemmer konsumentene hvor mye de skal kjøpe av elektrisitet. Det betyr at konsumentene maksimerer sin nytte under full sikkerhet (ϕ_i er kjent). Det kan vises at førsteordensbetingelsen for konsumenten i region i er:

$$\frac{\phi_i}{y_i} = p_i$$

Dette er førsteordensbetingelsen for konsumentene uansett hvilken verdi av ϕ_i som har blitt realisert, dvs. denne betingelsen gjelder i alle de tre tilfellene (deterministisk, Monte Carlo og genuin usikkerhet). Størrelsen på konsumet (y_i) vil selvsagt avhenge av hvilken verdi av ϕ_i som har blitt realisert. I periode 2 bestemmer hver kraftprodusent hvor mye han skal produsere, gitt produksjonskapasiteten som nå er tilgjengelig. Vi antar at det fins et perfekt fungerende kraftmarkedet i periode 2, dvs. prisen på kraft, p_i , klarer dette markedet i hver region.

Vi ser nå på investeringsbeslutningen i periode 1 i det deterministiske tilfellet og med Monte Carlo simuleringer. Som angitt ovenfor koster utbygging av en enhet produksjonskapasitet 1. Videre antar vi at det ikke påløper driftskostnader knyttet til å produsere elektrisitet. Dette betyr at produsentens samlede kapasitet vil bli utnyttet til å produsere elektrisitet, dvs. produksjon av elektrisitet blir lik produksjonskapasiteten. Produsenten i region i maksimerer

sin profitt $(p_i - 1)K_i$ mhp. K_i (utbygging av produksjonskapasitet) når han tar prisen p_i for gitt og enhetskostnaden er 1. Førsteordensbetingelsen for bedriften blir

$$p_i = 1.$$

Denne prisen, kombinert med tilpasningsbetingelsen for konsumentene, innebærer at konsumet av elektrisitet er lik ϕ_i i hver region. Siden konsum må være lik produksjon, som igjen er lik produksjonskapasiteten for elektrisitet, blir også produksjonskapasiteten i hver region lik ϕ_i . Dette betyr at i det deterministiske tilfellet blir kapasiteten lik 5,5. Med Monte Carlo analyse vil produksjonskapasiteten variere fra kjøring til kjøring (1 eller 10 i hver region), men i gjennomsnitt blir den 5,5.

I den deterministiske varianten av vår modell er det ikke optimalt å investere i transmisjonskapasitet: Siden kostnaden for å fremskaffe elektrisitet er den samme i begge regionene, lønner det seg ikke å bygge ekstra kapasitet i det ene markedet for så å måtte investere i overføringskapasitet for å selge strøm i det andre markedet. Med Monte Carlo kan vi tusenvis av ganger trekke verdier for de to ϕ -ene. Uansett hva vi trekker er det optimalt med ingen utbygging av transmisjonskapasitet siden enhetskostnaden for å fremskaffe elektrisitet er lik 1 i begge regionene. Kan en da – basert på Monte Carlo simuleringene – slutte at null transmisjonskapasitet er optimalt når vi tar hensyn til usikkerheten i ϕ -verdiene? Nei, det kan vi ikke, se diskusjonen nedenfor.

For å finne den optimale løsningen *under usikkerhet* legger vi på en bibetingelse om at investeringene skal være de samme uansett hvilken av de fire kombinasjonene (1,1), (1,10), (10,1) og (10,10) som blir realisert (i periode 2). Dette gjenspeiler at investeringene må velges før en vet verdien av ϕ_i .

En bedrift velger det investeringsnivået som maksimerer dens profitt veid med sannsynligheten for hver av de fire kombinasjonene (25 prosent), dvs. bedriften maksimerer forventet profitt. I vårt eksempel er det lett å bruke et regneark for å løse dette optimeringsproblemet. Vi finner da at optimale investeringer i produksjonskapasitet er 5,1 i hver region, altså litt lavere enn gjennomsnittet av investeringene i Monte Carlo tilfellet. Men for overføringskapasitet er forskjellen langt mer dramatisk: Mens Monte Carlo analysen tilsa at det å ikke bygge overføringskapasitet er et robust resultat, er den optimale investeringen i overføringskapasitet 4.

I dette gjennomskuelige eksempelet er resultatet kanskje ikke så overraskende. Overføringskapasitet gir systemet større fleksibilitet og dermed bedre mulighet til å møte avvik fra gjennomsnittlig etterspørsel. Med like kostnadsforhold i de to regionene har overføringskapasitet sin begrunnelse i usikkerheten. Monte Carlo analysen regner imidlertid deterministisk. Det eneste som skiller den fra en vanlig deterministisk modellberegning er at en regner deterministisk mange ganger. Men når etterspørselen er usikker blir det galt «å lukke øynene» og regne deterministisk.

Det er primært i de tilfellene der ulike løsninger har svært ulik fleksibilitet, for eksempel ulike typer investeringer, at vi ville forvente at usikkerheten har stor betydning. I en komplisert modell kan det imidlertid være vanskelig å se hva som gir fleksibilitet – modellen må analyseres.

3 SCENARIOMETODEN

Scenariometoden finner optimale valg under usikkerhet. Denne metoden må ikke forveksles med scenarioanalyser, som beskriver mulige framtidsbilder. Vi skal illustrere scenariometoden ved å bruke modellen ovenfor, dvs. etterspørselen er usikker og det er to mulige nivåer på etterspørselen i hver region. Som angitt ovenfor har vi fire mulige kombinasjoner av parametrene ϕ_1 og ϕ_2 . Dette kaller vi for fire *scenarioer*. Vi lar s betegne et scenario.

Som i de to tilfellene ovenfor kjenner konsumenten ϕ_i (i begynnelsen av periode 2) når han skal fastlegge sitt valg. For ethvert scenario s er derfor førsteordensbetingelsen for konsumentene tilsvarende som i de to tilfellene ovenfor:

$$\frac{\phi_{is}}{y_{is}} = p_{is}.$$

Hvordan løser vi modellen når vi har fire scenarioer og *investeringene må fastsettes før vi vet hvilket scenario som blir realisert*? Vi kan ikke analysere hvert scenario isolert, men må legge på en betingelse om at kapasiteten i alle scenarioer skal være den samme. Dette kan vi skrive som at kapasiteten i alle scenarioer skal være lik kapasiteten i (for eksempel) scenario 1:

$$K_{is} = K_{i1} \text{ for alle } s > 1.$$

Merk at det er tre bibetingelser; én for scenario 2, én for scenario 3 og én for scenario 4. Disse betingelsene gir en skyggepris λ_{is} knyttet til hvert scenario, også for scenario

1. Produsentene maksimerer profitten gitt disse bibetingelsene. Førsteordensbetingelsene er

$$p_{is} = 1 + \lambda_{is}.$$

I tillegg kommer en ekstra betingelse på skyggeprisene; siden scenario 1 inngår i alle bibetingelsene kan det vises at skyggeprisen i periode 1 oppfylles følgende betingelse:³

$$\lambda_{11} = \sum_{s \neq 1} \lambda_{is}.$$

Løsningen av modellen gir optimale investeringer under usikkerhet. Med scenariometoden har modellen nesten de samme førsteordensbetingelsene som i en deterministisk modell, men nå er betingelsene justert med skyggeprisene fra noen bibetingelser. Siden alle bibetingelsene gjelder investeringsligninger, blir en stor andel av modellens variable berørt, men det er likevel bare de ligningene som er knyttet til investeringer som er endret. Ligningene som beskriver økonomien *etter* at et bestemt scenario er realisert, for eksempel konsumentenes kjøp av elektrisitet, endres ikke.

Det er også verd å merke seg at vi nå har ett sett av variable for hvert scenario. Om modellen har 100 ukjente, og vi har 10 scenarioer, får vi en modell med 1000 ukjente som skal løses simultant. Det gir mer enn en 10-dobling av løsnings-tiden, se diskusjonen nedenfor.

4 SCENARIODESIGN

Scariometoden krever at vi angir usikkerheten i form av en liste med scenarioer, altså mulige framtidige realiseringer av størrelser som er usikre i modellen. I en stor modell kan det være mange ukjente størrelser, og varians og kovarians mellom mange ulike variable skal helst representeres gjennom et lite utvalg av scenarioer (for å få en løsbart modell). Merk imidlertid at løsningen vi finner er den optimale løsningen, gitt den usikkerheten som scenariene beskriver. Dette gjelder uansett hvor mange scenarioer

vi har. Spørsmålet er i hvilken grad et fåtall scenarioer gir en god beskrivelse av den usikkerheten beslutningstakerne i modellen står overfor.

I ett av eksemplene vi gjennomgår nedenfor har vi åtte usikre parametre knyttet til nedbør og vind i Norden. For å representere usikkerheten må en parameter kunne anta minst to verdier. Alle mulige kombinasjoner av to verdier for åtte variable gir 254 kombinasjoner, dvs. 254 scenarioer. Om vi genererer scenarioene på denne måten, får vi et dimensjonalitetsproblem – med usikkerhet i flere dimensjoner vokser antall scenarioer eksplosivt, og løsnings-tiden vokser enda raskere. Generelt vokser løsnings-tiden svært rask når antall scenarioer passerer 20–30. Heldigvis er ikke dette den eneste måten som vi kan generere scenarioer på.

Med usikkerhet knyttet til vind og nedbør kan en bruke tidligere år som scenarioer; ett scenario er at været i et fremtidig år blir som i 2000, et annet scenario er at været i dette fremtidige året blir som i 1999, osv. Dersom det ikke er trender eller korrelasjoner mellom årene, bruker vi all informasjon i dataene ved å la hvert observasjonsår være ett scenario. Antall observasjonsår bestemmer da antall scenarioer uavhengig av antall usikre størrelser. Men forutsetningen om fravær av trender og korrelasjoner er ikke alltid oppfylt. Vi ønsker derfor å studere modellen både med flere og færre scenarioer enn antall observasjonsår. Det kan gjøres ved å bruke en momentmatchende metode fra Høyland og Wallace (2001) og Høyland, Kaut, og Wallace (2003).

Den grunnleggende ideen ved konstruksjon av scenarioer er at vær-usikkerheten i Skandinavia kan modelleres som en simultan sannsynlighetsfordeling med en rekke usikre parametre. Scenarioer representerer diskretisering av den simultane sannsynlighetsfordelingen på en slik måte at scenarioene har visse ønskede egenskaper – her at vi får en god representasjon av de fire første momentene til de marginale fordelingene og korrelasjonsmatrisen. Metoden i Høyland, Kaut, og Wallace (2003) kan benyttes når antall scenarioer er minst like stort som antall stokastiske parametre, mens Høyland og Wallace (2001) benyttes i det motsatte tilfellet.

En kan lure på hvor galt det er å bruke et lite antall scenarioer for å representere usikkerheten. En pragmatisk løsning er å lage flere sett med scenarioer, og så se om antallet er viktig for løsningen. I vårt tilfelle (21 årsobservasjoner) bruker vi 1, 3, 10, 21 og 30 scenarioer. Vi skal se at løsningen varierer lite så lenge det er minst 10 scenarioer. Antall

³ Tradisjonelle metoder for stokastisk optimering behandler alle scenarioer under ett, og de vil i vårt tilfelle lede til en førsteordensbetingelse som angir at forventede marginalinntekter skal være lik marginalkostnaden, eller $E(p_{is}) = 1$. Siden metoden vi skisserer også finner den optimale løsningen under usikkerhet er selvsagt denne førsteordensbetingelsen oppfylt, men i stedet for å få et uttrykk med forventninger i førsteordensbetingelsen får vi en ekstra betingelse på skyggeprisene: $E(\lambda_{is}) = \sum_{s \neq 1} \lambda_{is} = 0$. På tilsvarende måte vil løsningene med denne metoden tilfredsstillende tradisjonelle betingelser som den stokastiske Eulerlikningen eller Bellmann-likningen i de modellene der det er relevant. For en mer generell beskrivelse av metoden, se Brekke mfl. (2012).

scenarier som er adekvat vil også variere med problemstillingen. Været i Norden er en relativ beskjeden kilde til usikkerhet i energimarkedet i Vest-Europa – i det minste har været liten innvirkning på de optimale investeringene. Det tilsier at det kan være tilstrekkelig med få scenarier.

5 LIBEMOD

Vi skal bruke den numeriske modellen LIBEMOD til å finne optimale investeringer under usikkerhet. LIBEMOD gir en detaljert beskrivelse av energimarkedene i Vest-Europa ved at det tas hensyn til faktorer som bl.a. konkurranse mellom energibrenslar, teknologiske forskjeller mellom kraftverk, internasjonal transport av energi med gassrør/elektrisitetlinjer som har begrenset kapasitet, og investeringer. Kjernen i LIBEMOD er et sett av markeder for sju energivarer: elektrisitet, naturgass, olje, tre typer kull, og biomasse. Alle energivarer produseres og konsumeres i hvert modell-land, som er alle land i Vest-Europa.⁴ Naturgass og elektrisitet handles i vesteuropeiske markeder. For olje og to typer kull er det antatt globale frikonkurransemarkeder, mens det er kun innenlandske markeder for brunkull og biomasse. Mens brenslar omsettes i årsmarkeder, er markedet for elektrisitet delt etter sesong (sommer vs. vinter) og tid på døgnet.

I hvert modell-land kan elektrisitet produseres med en rekke teknologier. Hver elektrisitetsprodusent maksimerer fortjenesten. Det er knyttet en rekke kostnader til produksjon av elektrisitet. For det første er det kostnader knyttet til kjøp av brenslar. Disse kostnadene er avhengig av anleggets effektivitet, som i modellen varierer på tvers av land, teknologier og kraftverk. For det andre er det vedlikeholdskostnader knyttet til å opprettholde produksjonskapasiteten. Endelig er det kostnader knyttet til å starte og stoppe turbiner.

Kraftprodusenter står overfor noen tekniske skranke, for eksempel kan ikke vedlikeholdt kapasitet overstige installert kapasitet, og alle kraftverk trenger litt tid for teknisk vedlikehold. I tillegg fins det teknologispesifikke skranke. For magasinkraft må total tilgjengelighet av vann i en sesong, dvs. vannmengden i magasinet i slutten av forrige sesong pluss tilsiget i denne sesongen, være minst like stort som total bruk av vann i sesongen, dvs. vann brukt til å produsere elektrisitet pluss vann lagret for neste sesong. Dessuten kan ikke vannfyllingen overstige magasinkapasiteten.

⁴ Modell-landene i Libemod er Belgia, Danmark, Finland, Frankrike, Hellas, Italia, Nederland, Norge, Portugal, Tyskland, Spania, Storbritannia, Sveits, Sverige og Østerrike.

I hvert modelland er det etterspørsel etter alle typer energi fra tre sluttbrukergrupper; husholdninger, industri og transport. I tillegg er det etterspørsel etter energi fra kraftprodusenter. Etterspørselen fra hver sluttbrukergruppe (i hvert modell-land) er avledet fra en nestet flervare og flerperiode CES nyttefunksjon. Innenlandske transport- og distribusjonskostnader for elektrisitet og naturgass varierer på tvers av land og brukergrupper.

Det finnes flere versjoner av LIBEMOD. Disse skiller seg med hensyn til basisår (1996 vs. 2000), markedsstruktur (frikonkurransemarkeder vs. imperfekt konkurranse), tidshorisont (kort sikt vs. lang sikt), antall perioder over døgnet (to vs. seks), og graden av heterogenitet for kullprodukter. I denne studien bruker vi en versjon av LIBEMOD med frikonkurransemarkeder, langsiktig tidshorisont (modellbestemte investeringer), to perioder i døgnet (dag og natt) og en enkel modellering av kull. Basisåret er 2000. Modellen bestemmer alle energipriser og -mengder i hver sektor i hvert modell-land. Modellen bestemmer også alle priser og mengder som omsettes på verdensmarkeder, samt utslipp av CO₂ fra land og sektorer, se Aune m. fl. (2008) for en mer detaljert beskrivelse av modellen.

LIBEMOD er i utgangspunktet en deterministisk modell. Vi har endret LIBEMOD til å bli en stokastisk modell etter metodikken skissert ovenfor, dvs. at for hver variabel som må bestemmes før aktøren vet hvilket scenario som vil bli materialisert, pålegger vi at aktøren må velge samme verdi i alle scenarier. I LIBEMOD gjelder dette for investeringer i produksjonskapasitet (for elektrisitet) og for internasjonal overføringskapasitet (for elektrisitet og naturgass). De resterende variablene bestemmes etter at scenarioet er kjent, dvs. etter at investeringene er gjennomført, og på samme måte som i en deterministisk modell.

6 RESULTATER

Vi har løst LIBEMOD enten for året 2010 eller for året 2030, og funnet de langsiktige likevektene. Dette betyr at aktørene ikke er låst til kapasitetene i dataåret 2000, men kan fritt investere for å øke kapasitetene. Vi ser på følgende kilder for usikkerhet:

- A. Værusikkerhet i Norden i 2010
- B. Politisk usikkerhet om en klimaskatt blir pålagt i 2010
- C. Usikkerhet om BNP-vekst frem til 2030 og usikkerhet om prisene på olje og kull i 2030.

Tabell 1 Værusikkerhet i 2010 (A). Resultater for utvalgte variable i 2010 som funksjon av antall scenarioer. Gjennomsnitt (Gj.sn) og standardavvik (St.av).

Antall scenarioer		1	3	10	21	30
Elektrisitetspris for kraftprodusenter (øre/kWh)						
Stokastisk scenariometode	Gj.sn	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5
	St.av	-	0,17	0,36	0,34	0,36
Monte Carlo	Gj.sn	39,15	39,16	39,16	39,17	39,17
	St.av	-	0,04	0,10	0,09	0,09
Samlet elektrisitetsproduksjon (TWh)						
Stokastisk scenariometode	Gj.sn	3 660	3 661	3 661	3 661	3 661
	St.av	-	6,34	11,47	11,25	11,51
Monte Carlo	Gj.sn	3 660	3 659	3 659	3 659	3 659
	St.av	-	1,02	2,94	2,50	2,45
Investeringer i kraftverk (GW)						
Stokastisk scenariometode	Gj.sn	128,70	129,14	129,07	129,06	129,12
	St.av	-	-	-	-	-
Monte Carlo	Gj.sn	128,70	128,75	128,75	128,69	128,67
	St.av	-	0,98	1,65	1,60	1,65
Investeringer i transmisjonskapasitet (GW)						
Stokastisk scenariometode	Gj.sn	31,95	32,83	36,21	36,12	36,15
	St.av	-	-	-	-	-
Monte Carlo	Gj.sn	31,95	32,87	33,25	32,60	32,58
	St.av	-	0,53	2,54	2,48	2,81
CPU tid dag:timer:minutter		00:00:01	00:00:24	00:01:00	00:08:00	01:01:10

Værusikkerheten i A omfatter nedbør i Sverige og Norge, og vind i Danmark og Norge, både om sommer og om vinteren. Nedbør påvirker vannkraftproduksjonen og vind påvirker vindkraftproduksjonen. Vi har benyttet data fra Storm weather center for 21 år til å generere scenarioene. I B har vi antatt at det på investeringstidspunktet blir ansett som like sannsynlig at det innføres en pris på 44 USD/TCO₂ på alle utslipp av CO₂ i Vest-Europa, som at det ikke blir noen pris på utslipp. 44 USD/TCO₂ er den utslippsprisen som i henhold til modellberegninger med LIBEMOD sikrer at Vest-Europa akkurat oppfyller sine Kyoto-forpliktelser, se Aune et al. (2008). I C bruker vi data for perioden 1970–2010 for BNP, oljepriser og kullpriser til å lage scenarioer for 2030.

Tabell 1 viser resultatet med værusikkerhet (A) når antall scenarioer varierer fra 1 til 30. Tilfellet med ett scenario svarer til en deterministisk modell. For å identifisere betydningen av usikkerhet må vi sammenligne den deterministiske løsningen med løsningen av den stokastiske modellen med flere scenarioer, for eksempel 30 scenarioer. Som diskutert ovenfor er det imidlertid ikke opplagt at vi trenger så mange scenarioer som 30 for å få et godt svar på hvordan usikkerheten påvirker løsningen. Betydningen av

antall scenarioer finner vi ved å sammenligne settet med 30 scenarioer med de øvrige tilfellene. Tabellen angir løsnin-gen med to ulike metoder; den stokastiske scenariometoden og Monte Carlo metoden. I det siste tilfellet har vi løst hvert scenario separat og har så – for hver variabel – tatt gjennomsnittet over scenarioene.

Når vi sammenlikner resultatene med de tre metodene (deterministisk, Monte Carlo og stokastisk scenariometode) finner vi at usikkerheten gir lite utslag for elektrisitetsprisen og total elektrisitetsproduksjon. For investeringer er effektene litt større, særlig for investeringer i transmisjonskapasitet, så la oss fokusere på denne. I den deterministiske modellen (ett scenario) blir investeringene i transmisjonskapasitet 31,95 GW, mens den stokastiske modellen gir 36,15 GW når vi benytter 30 scenarioer, dvs. en 13 % økning. Vi ser imidlertid at med den stokastiske modellen er det liten forskjell på investeringsnivået om en bruker 10, 21 og 30 scenarioer; forskjellen er primært om en benytter minst 10 scenarioer eller færre enn 10 scenarioer.⁵ Også løsningen med Monte Carlo metoden varierer lite med antall scenarioer, og gir en økning på bare 2 %

⁵ I tabell 1 gir den stokastiske metoden, for hvert antall med scenarioer (1 til 30), den optimale løsningen under usikkerhet.

Tabell 2: Politisk usikkerhet om en skatt på utslipp av CO₂ blir innført i 2010 (B). Investeringer i produksjons- og overføringskapasitet for elektrisitet, totalt og for utvalgte land.

	Deterministisk		Stokastisk scenariemetode			Monte Carlo		
			Gj.snitt	Ingen skatt	Skatt	Gj.snitt	Ingen skatt	Skatt
Samlede investeringer i kraftverk (GW)								
Vest-Europa	134,42		158,64	158,64	158,64	172,40	128,19	216,62
Norge	12,55		14,61	14,61	14,61	11,37	1,26	21,48
Sverige	6,59		9,25	9,25	9,25	9,21	0,10	18,31
Danmark	1,58		1,92	1,92	1,92	8,54	14,04	3,03
Tyskland	2,92		4,85	4,85	4,85	7,23	2,89	11,56
Investeringer i vannkraft (GW)								
Vest-Europa	10,23		10,53	10,53	10,53	9,57	6,94	12,20
Norge	2,14		2,27	2,27	2,27	1,98	1,26	2,71
Sverige	0,17		0,17	0,17	0,17	0,16	0,10	0,21
Danmark	0,04		0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,05
Tyskland	-		-	-	-	-	-	-
Investeringer i vindkraft (GW)								
Vest-Europa	43,83		54,60	54,60	54,60	56,23	2,65	109,81
Norge	10,42		12,31	12,31	12,31	9,30	-	18,59
Sverige	6,42		9,08	9,08	9,08	9,05	-	18,11
Danmark	1,03		1,26	1,26	1,26	1,03	-	2,05
Tyskland	1,34		3,18	3,18	3,18	4,78	-	9,55
Investeringer i transmisjonskapasitet (GW)								
Vest-Europa	15,73		18,54	18,54	18,54	22,40	16,38	28,40
Norge	3,37		3,96	3,96	3,96	2,96	0,35	5,57
Sverige	2,68		3,06	3,06	3,06	2,96	0,70	5,23
Danmark	1,54		1,76	1,76	1,76	4,50	7,15	1,86
Tyskland	7,58		8,78	8,78	8,78	10,42	8,19	12,65

sammenliknet med det deterministiske tilfellet. Dette er likevel et skritt i riktig retning, men det kan være tilfeldig. Til sist merker vi oss at løsnings tiden øker fra 1 minutt med den deterministiske modellen til 1 time med 10 scenarioer, og til 25 timer med 30 scenarioer. Det er altså mye å spare på å kjøre få scenarioer når en bruker den stokastiske modellen.

Tabell 2 rapporterer resultatene når det er politisk usikkerhet, sett fra år 2000: Her antar vi at enten blir det pålagt en skatt på utslipp av CO₂ (44 USD/TCO₂) i 2010 eller så innføres det ingen karbonskatt. Det er derfor to scenarioer, og vi presenterer resultatene for begge scenarioene. Merk at i den stokastiske modellen krever vi at investeringene er like i de to scenarioene, se diskusjonen ovenfor.

La oss sammenligne løsningene når vi benytter i) en deterministisk modell (ett scenario som svarer til forventet utslippsskatt, dvs. 22 USD/TCO₂), ii) den stokastiske

modellen og iii) Monte Carlo analysen. De største forskjellene mellom de tre løsningene finner vi for investeringer i produksjonskapasitet og for investeringer i transmisjonskapasitet. Den stokastiske modellen gir optimale investeringer i produksjonskapasitet. Disse er 159 GW, som er 25 GW høyere enn i den deterministiske modellen, og 13 GW lavere enn gjennomsnittet i Monte Carlo analysen. Rett nok gir Monte Carlo analysen et bedre anslag på optimalt investeringsnivå enn den deterministiske modellen, men likevel bommer Monte Carlo analysen betydelig når vi ser på investeringer i produksjonskapasitet på landnivå. For eksempel korrigerer Monte Carlo analysen i gal retning for Norge og bommer totalt for Danmark. I Monte Carlo analysen er det svært stor forskjell mellom investeringene i vindkraft i de to scenarioene. Men gjennomsnittlig investeringsnivå er nært det optimale investeringsnivået, og treffer mye bedre enn den deterministiske løsningen.

Tabell 3: Usikkerhet om BNP, oljepris og kullpris i 2030 (C). Investeringer (GW) i transmisjon og produksjonskapasitet etter teknolog.

	Transmisjon	Vannkraft	Gasskraft	Kullkraft	Oljekraft	Biokraft	Vindkraft
Deterministisk	4,74	9,19	29,67	304,12	0	12,94	9,06
Stokastisk	15,73	10,76	48,82	249,58	0	17,18	31,20
Monte Carlo (gj.snitt)	19,06	10,08	37,41	250,39	13,16	15,29	28,10

Tabell 4: Usikkerhet om BNP, oljepris og kullpris i 2030 (C). Investeringer (GW) i produksjonskapasitet etter teknologi og scenario. Monte Carlo.

	Vannkraft	Gasskraft	Kullkraft	Oljekraft	Biokraft	Vindkraft
Scenario 1	13,29	44,73	261,99	0	23,03	88,97
Scenario 2	10,34	26,62	329,52	0	15,74	22,37
Scenario 3	9,55	15,02	366,66	0	13,75	11,59
Scenario 4	12,88	70,92	138,01	0	22,43	78,76
Scenario 5	7,55	4,85	136,95	210,61	9,00	0,86
Scenario 6	7,77	9,85	348,14	0	9,65	1,48
Scenario 7	10,25	54,65	188,56	0	15,83	21,98
Scenario 8	7,31	2,88	379,44	0	8,57	0,23
Scenario 9	9,65	51,20	215,89	0	14,15	12,94
Scenario 10	12,26	89,53	54,25	0	21,00	61,35

For investeringer i transmisjonskapasitet gir Monte Carlo analysen et anslag som er 4 GW høyere enn det optimale nivået, mens den deterministiske modellens løsning er 3 GW lavere enn det optimale nivået. Generelt er det ingen klare tegn til at Monte Carlo analysen gir et bedre anslag på optimale investeringer enn den deterministiske løsningen.

Hva med variable som samlet kraftproduksjon og elektrisitetsprisen? I den stokastiske metoden bestemmes disse variablene *etter* at investeringene er fastlagt. Selv om investeringene er uavhengig av hvilket scenario som realiseres, blir kraftprisen høyere (og samlet kraftproduksjon lavere) hvis det pålegges en utslippsskatt enn dersom en utslippsskatt ikke innføres. Gjennomsnittet av disse to prisene kan betraktes som forventet pris. I vår modell ligger prisen i den deterministiske løsningen nærmere denne forventede prisen enn gjennomsnittsprisen i Monte Carlo analysen. Dette betyr at hvis det hypotetisk en rekke ganger er 50 prosent sannsynlighet for at en utslippsskatt innføres, vil den observerte gjennomsnittsprisen over tid predikeres bedre av den deterministiske modellen enn av Monte Carlo analysen.

Vårt siste tilfelle har mest usikkerhet. Her er det usikkerhet om BNP-vekst i alle vesteuropeiske land og utviklingen i olje- og kullprisene frem til 2030. I modellen skal investeringene besluttes i 2000; disse vil bli materialisert i 2030. Aktørene kjenner den faktiske utviklingen fra 2000 til 2010, men det er usikkerhet om endringene fra 2010 til 2030. Denne usikkerheten er anslått ut fra tidligere endringer i perioden 1970 til 2010. Scenarioene er konstruert etter følgende mal: Vi har gruppert perioden 1970 til 2010 i fire tiårsperioder. Utviklingen fra 2010 til 2020 svarer til observert utvikling i én av de fire observerte tiårsperiodene. Tilsvarende gjelder for utviklingen fra 2020 til 2030. Dette gir 16 scenarioer, men kun 10 unike scenarioer.⁶

Tabell 3 viser investeringene i internasjonal transmisjon av kraft og investeringene i kraftverk etter teknologi. Med den stokastiske modellen er investeringene i

⁶ Ett av de 16 scenarioene er kjennetegnet ved at utviklingen fra 2010 til 2020 svarer til utviklingen på 70-tallet, mens utviklingen fra 2020 til 2030 svarer til utviklingen på 80-tallet. Et annet av de 16 scenarioene er kjennetegnet ved at utviklingen fra 2010 til 2020 svarer til utviklingen på 80-tallet, mens utviklingen fra 2020 til 2030 svarer til utviklingen på 70-tallet. I analysen er disse to scenarioene behandlet som ett scenario. Denne metoden gir oss 10 unike scenarioer, der noen scenarioer har sannsynlighet 1/16 for å inntreffe, mens andre scenarioer, for eksempel scenarioet omtalt ovenfor, har sannsynlighet 2/16 for å inntreffe.

transmisjonskapasitet for elektrisitet mer enn tre ganger så høy som i det deterministiske tilfellet. Også investeringene i gasskraft og vindkraft er mye høyere i det stokastiske tilfellet enn i den deterministiske analysen. Vi finner gasskraftinvesteringene hovedsakelig i Storbritannia, mens vindkraftutbyggingen kommer primært i Storbritannia og i Norge. Investeringene i kullkraft er imidlertid høyere i det deterministiske tilfellet enn i det stokastiske, og forskjellen er så stor at totale investeringer i kraftverk er høyest i det deterministiske tilfellet. Dermed blir (gjennomsnitt) prisen på elektrisitet noe lavere i det deterministiske tilfellet enn i det stokastiske.

For mange av variablene som er gjengitt i tabell 3 ligger gjennomsnittsverdien i Monte Carlo analysen mellom utfallet i det deterministiske og i det stokastiske tilfellet. Men for investeringer i oljekraft skiller resultatet fra Monte Carlo analysen seg sterkt ut: Mens verken den stokastiske eller den deterministiske analysen tilser at investeringer i oljekraft er lønnsomt, er gjennomsnittlig investeringsnivå i Monte Carlo analysen høyt.

Dette resultatet er drevet av ett scenario, nemlig der oljeprisen er så lav som 44 prosent av forventet oljepris (scenario 5 i tabell 4). I en verden der dette hadde vært kjent på investeringstidspunktet, ville det ha lønt seg å investere stort i oljekraft. Monte Carlo analysen viser at da ville investeringer i oljekraft vært særlig lønnsomt i Frankrike, og videre at Frankrike ville ha eksportere store deler av kraften til Storbritannia og Tyskland. Dermed blir det behov for investeringer i transmisjonskapasitet, noe som driver opp gjennomsnittlige investeringer i transmisjonskapasitet i Monte Carlo analysen.

Tabell 4 viser hvordan investeringene i ulike kraftteknologier varierer mellom scenarioene i Monte Carlo analysen. Det er ingen investeringer i oljekraft bortsett fra i scenario 5, der oljeprisen er spesielt lav (se diskusjonen ovenfor). I scenarioene 1, 4 og 10 er det høye investeringer i gasskraft og vindkraft, mens det i scenarioene 2, 3, 6 og 8 er høye investeringer i kullkraft. Alle de høye investeringene er spesialtilpassninger til bestemte scenarioer – vi finner ingen av disse høye investeringsnivåene igjen i løsningen av den stokastiske modellen. Derfor blir gjennomsnittlig investeringsnivå i Monte Carlo analysen omtrent 20 prosent høyere enn i tilfellet med den stokastiske scenariometoden, se tabell 3.

7 KONKLUSJONER

Vi har argumentert for at scenariometoden kan være hensiktsmessig for å transformere en eksisterende modell uten stokastikk til en modell med stokastikk. Metoden innebærer at en må løse alle scenarioer simultant, inkludert bibetingelser på tvers av scenarioer som avspeiler tilgjengelig informasjon. Vi har sett at med et fornuftig valg av scenarioer kan selv et lite antall scenarioer gi en god representasjon av usikkerheten.

Vi finner at usikkerhet kan ha betydelig innvirkning på investeringsvariablene, særlig i situasjoner med stor usikkerhet. Men med bare værussikkerhet var forskjellen mellom den optimale løsningen og løsningen av den deterministiske modellen beskjeden. Denne forskjellen mellom stokastisk og deterministisk løsning gjelder for denne spesifikke versjonen av LIBEMOD og med denne type usikkerhet; forskjellene kan bli både større og mindre med annen type usikkerhet i LIBEMOD eller med andre modeller. Det vil blant annet avhenge av ikke-lineariteter i modellen.

Merk at modellen bare har ett investeringstidspunkt. Aktørene kan ikke utsette investeringer i påvente av mer informasjon; det er ikke et standard realopsjonsargument som driver våre investeringsresultater. I en dynamisk modell der realopsjoner er relevant ville vi vente enda større forskjeller mellom deterministiske og stokastiske løsninger.

Det er relativt krevende å spesifisere en full stokastisk modell. Derfor er det forståelig at noen fristes til enklere løsninger, som Monte Carlo simuleringer. Monte Carlo er en gyldig metode for å beregne forventningsverdier. Det er imidlertid ikke noen teoretisk grunn til å tro at Monte Carlo gir en bedre prediksjon på den optimale løsningen under usikkerhet enn det den deterministiske modellen gjør, og våre resultater underbygger dette. Vår anbefaling er derfor at en enten lager en stokastisk modell eller stoler på at den deterministiske modellen er god nok, hvilket den kan være hvis usikkerheten er liten. Alle modeller er tross alt forenklinger.

REFERANSER

Aune, F. R., R. Golombek, S. A. C. Kittelsen og K. E. Rosendahl (2008): *Liberalizing European Energy Markets. An Economic Analysis*. Edward Elgar.

Brekke, K.A., R. Golombek, M. Kaut, S.A.C. Kittelsen og S. Wallace (2012): Modeling uncertainty in computable equilibrium models: The scenario aggregation method. Memorandum fra Økonomisk institutt, Universitetet i Oslo.

Høyland, K. og S. W. Wallace (2001): Generating scenario trees for multistage decision problems. *Management Science*, 47(2), 295–307.

Høyland, K., M. Kaut og S. W. Wallace (2003): A heuristic for moment-matching scenario generation. *Computational Optimization and Applications*, 24(2–3), 169–185.

Jensen, S. og C. Traeger (2012): Growth uncertainty in the integrated assessment of climate change. Internt notat, Frischsenteret.

Judd, K. (1998): *Numerical methods in economics*. MIT Press.

Kall, P. og S. Wallace (1994): *Stochastic Programming*, Springer Verlag.

Rockafellar, R.T. og R. J-B Wets (1991): Scenarios and Policy Aggregation in Optimization under Uncertainty, *Mathematics of Operations Research*, 16, 119–147.

Wets, R. J-B (1989): Stochastic Programming i G. Nemhauser og A. Rinnooy Kan, (red): *Handbook for Operations Research and Management Sciences, Vol. 1* Elsevier Science Publishers, pp. 573–629. 1989.

FLYTTEPLANER?

Vi vet ikke om våre abonnenter flytter mer enn andre, men det virker slik. Hver måned får vi tidsskrifter i retur fordi adressaten har flyttet.

Spar oss for ekstra porto og deg selv for forsinkelser:

MELD FLYTTING!

Telefon: 22 31 79 90

E-post: post@samfunnsokonomene.no

www.samfunnsokonomene.no

